

Problème I – Optique

1^{ère} partie

Lunette astronomique

1.1. Questions de cours

1.1.1.

L'approximation de l'optique géométrique est valable lorsque les propriétés optiques du milieu varient sur des longueurs grandes devant la longueur d'onde de la lumière utilisée (En particulier les dimensions des entrées et sorties des appareils optiques doivent être grandes devant la longueur d'onde).

1.1.2. Un système optique est dit centré s'il possède un axe de révolution, appelé axe optique.

1.1.3. L'approximation de Gauss consiste à éclairer un système optique centré par des rayons lumineux paraxiaux (rayons parallèles à l'axe optique et passant près du centre optique du système centré).

Dans les conditions de Gauss un système optique centré est stigmatique et aplanétique.

1.2. Lunette astronomique

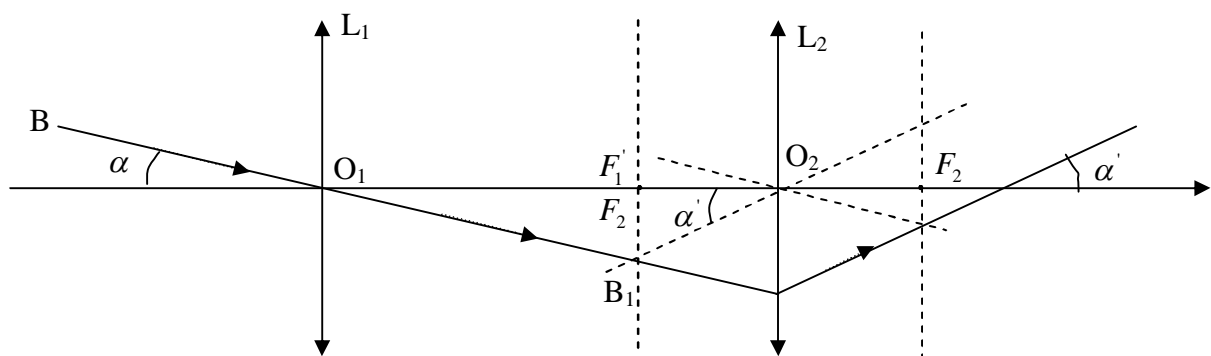
1.2.1. La lunette est afocale, lorsqu'elle donne une image rejetée à l'infini pour un objet situé à l'infini.

Il suffit pour cela que le foyer image F_1' de l'objectif soit confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire. Donc $e = f_1' + f_2'$. A.N : $e = 1,23m$.

La lentille placée du côté objet est dite objectif ; celle placée du côté œil est dite oculaire.

L'image formée par la lunette afocale étant localisée à l'infini, son observation se fait sans accommodation (donc sans fatigue visuelle).

1.2.2. et 1.2.3.



B' est située à l'infini.

1.2.4. Dans le triangle rectangle $(O_2F_2B_1)$:

$$\tan \alpha' = \frac{F_2B_1}{O_2F_2} = \frac{F_2B_1}{f_2'} \quad \Rightarrow \quad F_2B_1 = f_2' \tan \alpha'$$

Dans le triangle rectangle $(O_1F_2B_1)$: $\tan \alpha = \frac{F_2B_1}{O_1F_2} = \frac{F_2B_1}{f_1'} \Rightarrow F_2B_1 = f_1' \tan \alpha$

Donc $f_2' \tan \alpha' = f_1' \tan \alpha$

Dans les conditions de gauss : $f_2' \alpha' = f_1' \alpha$

D'où le grossissement : $G = \frac{f_1'}{f_2'}$

A.N. : $G = 40$

1.2.5.

1.2.5.1. O_1' est l'image de O_1 à travers l'oculaire (L_2)

Formule de conjugaison pour la lentille (L_2) : $\frac{1}{O_2O_1'} - \frac{1}{O_2O_1} = \frac{1}{f_2'}$

Or $\overline{O_2O_1} = -e = -(f_1' + f_2')$

Donc $\frac{1}{O_2O_1'} = \frac{1}{f_2'} - \frac{1}{f_1' + f_2'}$

Soit $\overline{O_2O_1'} = f_2' \left(1 + \frac{f_2'}{f_1'}\right)$

A.N. : $\overline{O_2O_1'} = 3,075 \text{ cm}$

1.2.5.2. $\frac{d_0}{d} = \frac{O_2O_1'}{O_1O_2} \Rightarrow d_0 = d \frac{f_2' \left(1 + \frac{f_2'}{f_1'}\right)}{f_1' + f_2'} \Rightarrow d_0 = d \frac{f_2'}{f_1'}$

A.N. : $d_0 = 3 \text{ mm}$

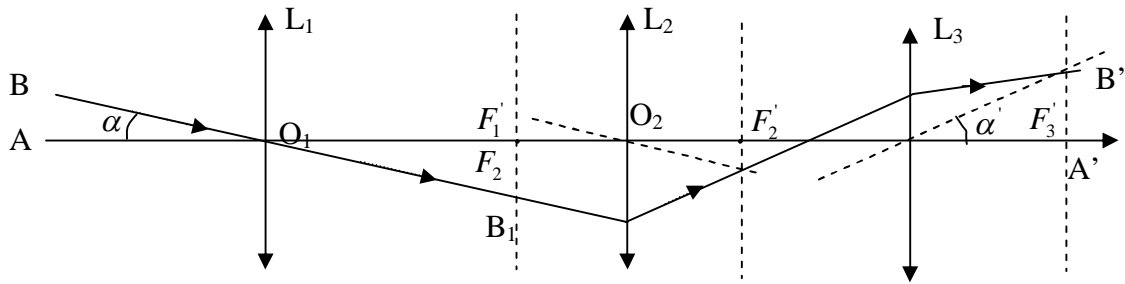
La lumière qui traverse l'objectif passe dans le cercle oculaire dont le diamètre est très petit devant le diamètre de l'objectif.

1.2.5.3. Si on place l'œil dans la position du cercle oculaire, toute la lumière qui traverse l'objectif, entre alors dans l'œil.

1.2.6.

1.2.6.1. La pellicule est placée dans le plan focal image de (L_3).

1.2.6.2.



$$1.2.6.3. \quad \frac{\overline{A'B'}}{f_3'} = \alpha' \Rightarrow \overline{A'B'} = G\alpha f_3' \Rightarrow \overline{A'B'} = \alpha f_3' \frac{f_1'}{f_2'}$$

1.2.6.4.

$$\text{A.N. :} \quad \alpha = \frac{2}{3600} \times \frac{\pi}{180} \approx 9,696 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \quad ; \quad \boxed{\overline{A'B'} = 0,19 \text{ mm}}$$

$$1.2.6.5. \quad \overline{A'B'} \geq h \Rightarrow \alpha f_3' \frac{f_1'}{f_2'} \geq h \Rightarrow \alpha \geq h \frac{f_2'}{f_1' f_3'}$$

$$\boxed{\alpha_{\min} = h \frac{f_2'}{f_1' f_3'}}$$

A.N. :

$$\boxed{\alpha_{\min} = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad}}$$

$$\boxed{\alpha_{\min} = 0,093''}$$

2^{ème} partie

Interférence par les trous d'Young

2.1. La lumière, de longueur d'onde $\lambda_0 = 0,55 \mu\text{m}$ est de couleur jaune. Elle correspond au maximum de sensibilité de l'œil humain.

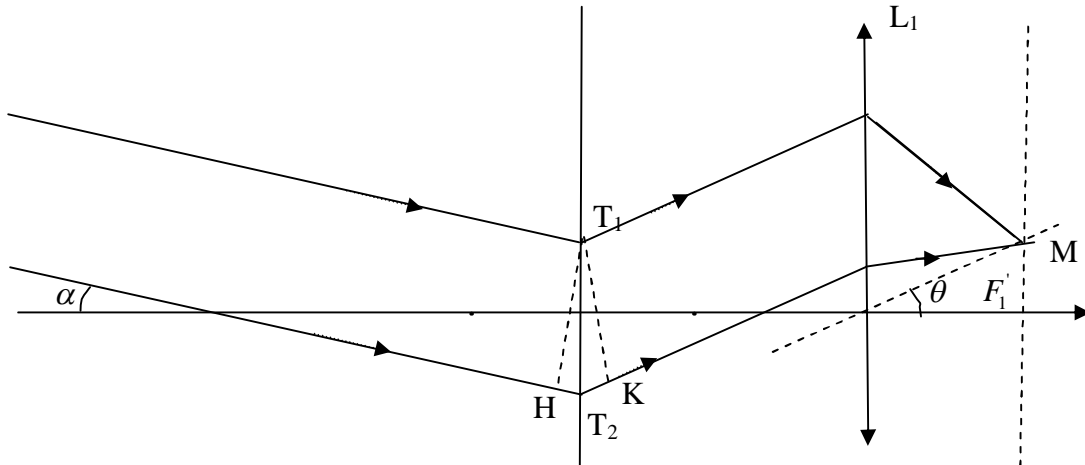
2.2. Pour obtenir les interférences lumineuses, il faut disposer de deux sources lumineuses qui répondent aux conditions suivantes :

- sources lumineuses synchrones (même fréquence) ;
- les ondes émises ne doivent pas avoir des directions de polarisation rectilignes perpendiculaires (directions de polarisation presque parallèles) ;
- ces sources sont corrélées entre elles de sorte que le déphasage en point ne dépende que de la différence de chemin optique (sources cohérentes).

Dans la pratique on réalise ces conditions en dédoublant une source unique par division d'amplitude ou par division de front d'onde.

2.3. Sur l'écran on observe des franges rectilignes sombres et brillantes, parallèles entre elles, et équidistantes.

2.4.



2.5. on a : $\delta(M) = HT_2 + T_2K = a\alpha + a\theta$ or $\theta = \frac{x}{f_1'}$ donc $\delta(M) = a \left(\alpha + \frac{x}{f_1'} \right)$

2.6.
$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a \left(\alpha + \frac{x}{f_1'} \right) \right]$$

2.7. Sur une frange d'interférence $I(M) = \text{cte} \Rightarrow x = \text{cte}'$

Les franges d'interférences des segments de droite (franges rectilignes)

Equations des franges brillantes :

$$\delta(M) = m\lambda_0, m \text{ étant un entier} \Rightarrow a \left(\alpha + \frac{x}{f_1'} \right) = m\lambda_0 \Rightarrow x_m = f_1' \left[m \frac{\lambda_0}{a} - \alpha \right]$$

Equations des franges sombres :

$$\delta(M) = \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, m \text{ étant un entier} \Rightarrow x_k = f_1' \left[\left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_0}{a} - \alpha \right]$$

D'où :

$$i = \frac{\lambda_0 f_1'}{a}$$

2.8.1.

Il suffit que les franges de même ordre d'interférence appartenant aux deux

systèmes de franges soient séparées de $\frac{i}{2}$ de sorte que les franges sobres de l'un

coïncide avec les franges brillantes de l'autre:

Par exemple pour les franges brillantes :

$$x_m(\alpha = 0) - x_m = \frac{i}{2} \Rightarrow f_1' \alpha = \frac{\lambda_0 f_1'}{2a_1} \Rightarrow a_1 = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

2.8.2. Les deux étoiles sont incohérentes entre elles, il y a superpositions des systèmes de leurs franges d'interférences :

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a \frac{x}{f_1'} \right] + \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a \left(\alpha + \frac{x}{f_1'} \right) \right]$$

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left[2 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a \frac{x}{f_1'} + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a \left(\alpha + \frac{x}{f_1'} \right) \right]$$

$$I(M) = I_0 \left[1 + \cos \frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \times \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a \left(\frac{x}{f_1'} + \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

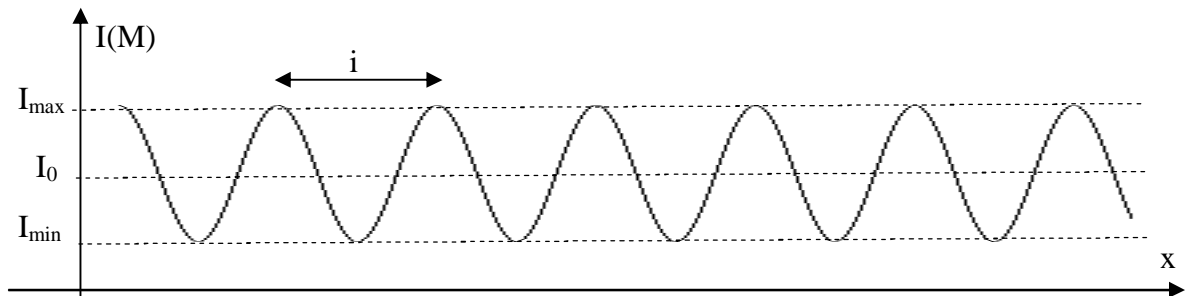
Représentation graphique :

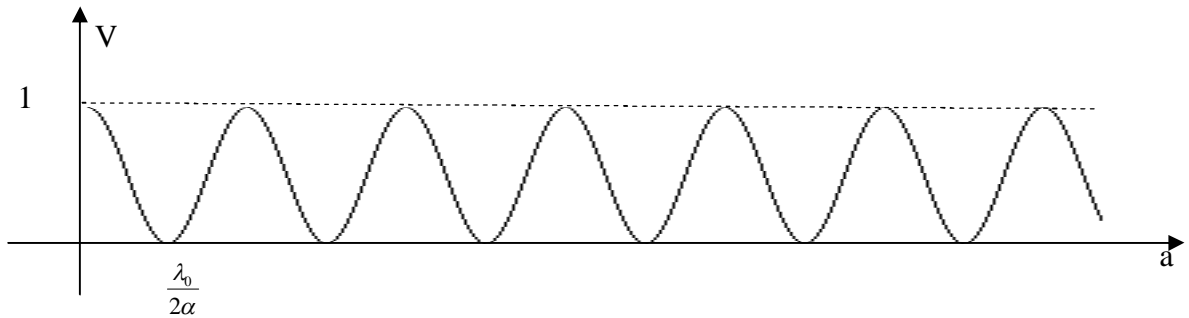
Valeur moyenne :

$$I_{\text{moy}} = I_0$$

$$\text{Valeur maximale : } I_{\text{max}} = I_0 \left[1 + \left| \cos \frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \right| \right]$$

$$\text{Valeur minimale : } I_{\text{min}} = I_0 \left[1 - \left| \cos \frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \right| \right]$$





$$2.8.3. \quad V = \left| \cos \frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \right|$$

2.8.4. La valeur minimale de a donnant un éclairement uniforme correspond à la première valeur de a qui annule V :

$$\frac{\pi a_1 \alpha}{\lambda_0} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{a_1 = \frac{\lambda_0}{2\alpha}}$$

On retrouve le résultat de 2.8.1.

$$2.8.5. \quad \text{A.N. : } \boxed{a_1 = 28,4 \text{ mm}}$$

Problème II – Principe d'un teslamètre

1^{ère} partie

Effet Hall classique

$$1.1. \quad \vec{j} = nq\vec{v} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = \frac{\vec{j}}{nq}}$$

1.2. Il y a accumulation des charges électriques sur les faces $y = \frac{b}{2}$ et $y = -\frac{b}{2}$ à cause de la force magnétique ; cela crée un champ électrique \vec{E}_H .

En régime permanent la force électrique équilibre la force magnétique :

$$q\vec{E}_H + q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

$$\vec{E}_H = -\frac{\vec{j}}{nq} \wedge \vec{B}$$

$$\boxed{\vec{E}_H = \frac{1}{ne} \vec{j} \wedge \vec{B}}$$

$\vec{E}_H = \frac{1}{ne} j\vec{e}_x \wedge B\vec{e}_z = -\frac{jB}{ne} \vec{e}_y$ a la direction perpendiculaire aux faces (A_1) et (A_2).

$$1.3. \vec{E}_H = -\overline{\text{grad}}V \Rightarrow \frac{dV}{dy} = \frac{jB}{ne} \Rightarrow dV = \frac{jB}{ne} dy \Rightarrow U_H = \frac{jBb}{ne} \Rightarrow U_H = \frac{jBhb}{neh}$$

$$\Rightarrow U_H = \frac{1}{ne} \frac{BI}{h}.$$

De la forme $U_H = C_H \frac{BI}{h}$ avec $C_H = \frac{1}{ne}$ s'exprime en $m^3 \cdot C^{-1}$

$$1.4. \text{ A.N. : } \boxed{U_H = 375 \text{ mV}} ; \boxed{n = 1,67 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}}$$

2^{ème} partie

Principe d'un teslamètre

2.1. L'amplificateur opérationnel

2.1.1

L'AO est caractérisé par :

- gain en tension en boucle ouverte très grand : $\mu_0 \square 10^5$;
- impédance d'entrée très grande : $R_e \square 10^6 \Omega$ à $10^{12} \Omega$;
- impédance de sortie faible $R_s \square 100 \Omega$;
- bande passante à -3 dB : 0 à 15 Hz.
- i_+ et i_- entre 80 nA à 50 pA

2.1.2. Pour un AO parfait :

- gain en tension en boucle ouverte infini ;
- résistance d'entrée infinie ;
- résistance de sortie nulle ;
- bande passante infinie.
- $i_+ = 0$ et $i_- = 0$

2.1.3. Pour avoir fonctionnement linéaire de l'AO, il faut une rétroaction négative.

Le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel peut être modélisé par celui d'un AO parfait.

En effet toute augmentation de la tension de sortie entraîne une diminution de ε qui reste donc pratiquement nulle en régime linéaire.

2.2. En régime linéaire $V_+ = V_- = u_1$

En appliquant le théorème de Millman à la borne non inverseuse de l'AO :

$$u_1 = \frac{\frac{-V_{cc}}{R_2} + \frac{V_{cc}}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \Rightarrow \boxed{u_1 = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} V_{cc}}$$

Donne une tension continue réglable de référence (offset).

2.3.

2.3.1. $u_2 = u_c$.

2.3.2. C'est un suiveur ; sa résistance d'entrée est infinie et sa résistance de sortie est nulle. Permet de protéger les générateurs de Thévenin de l'influence du courant de la charge.

2.4.

2.4.1.

Pour l'entrée non inverseuse du 3^{ème} l'AO :

$$V_{3+} = \frac{R_5}{R_5 + R_4} u_4 \quad (\text{diviseur de tension})$$

Théorème de Millman pour la borne inverseuse du 3^{ème} l'AO :

$$V_{3-} = \frac{\frac{u_3}{R_4} + \frac{u_5}{R_5}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

Le fonctionnement étant linéaire : $V_{3+} = V_{3-}$

$$\text{Donc } \frac{R_5}{R_5 + R_4} u_4 = \frac{\frac{u_3}{R_4} + \frac{u_5}{R_5}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} \Rightarrow u_4 = u_3 + \frac{R_4}{R_5} u_5 \Rightarrow \boxed{u_5 = \frac{R_5}{R_4} (u_4 - u_3)}$$

2.4.2.

- Théorème de Millman pour la borne inverseuse du 1^{ème} l'AO :

$$u_1 = \frac{\frac{u_3}{R_3} + \frac{u_2}{R}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}} \Rightarrow \boxed{u_3 = u_1 \left(1 + \frac{R_3}{R} \right) - \frac{R_3}{R} u_2}$$

- Théorème de Millman pour la borne inverseuse du 2^{ème} l'AO :

$$u_2 = \frac{\frac{u_4}{R_3} + \frac{u_1}{R}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}} \Rightarrow \boxed{u_4 = u_2 \left(1 + \frac{R_3}{R} \right) - \frac{R_3}{R} u_1}$$

2.4.3.

$$\boxed{u_5 = \frac{R_5}{R_4} \left(1 + 2 \frac{R_3}{R} \right) (u_2 - u_1)}$$

2.4.4.

Joue le rôle de soustracteur quelque soit les valeurs des résistances (sans relations particulières entre les résistances) . Il est donc possible de modifier le gain plus facilement (sans avoir à respecter aucune relation particulière).

2.5. 1.

$$u_5 = \frac{R_6}{R_6 + R_7} \times \frac{R_9 \square (R_6 + R_7)}{R_9 \square (R_6 + R_7) + R_8} u_s \Rightarrow u_5 = \frac{R_6}{R_6 + R_7} \times \frac{1}{1 + R_8 \left(\frac{1}{R_9} + \frac{1}{R_6 + R_7} \right)} u_s$$

$$\Rightarrow u_s = u_5 \frac{R_6 + R_7}{R_6} \left(1 + R_8 \left(\frac{1}{R_9} + \frac{1}{R_6 + R_7} \right) \right) \Rightarrow u_s = u_5 \frac{R_8}{R_6} \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right]$$

C'est un Amplificateur

$$2.5.2. |u_s| \leq V_{cc} \Rightarrow$$

$$|u_s| = u_5 \frac{R_8}{R_6} \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right] \leq V_{cc} \Rightarrow |u_5| \leq \frac{R_6}{R_8} \frac{V_{cc}}{(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1}$$

2.5.3. On peut faire varier le gain de façon plus fine.

2.6. Etude de la chaine de mesure

$$2.6.1. u_s = \frac{R_8 R_5}{R_6 R_4} \left(1 + 2 \frac{R_3}{R} \right) \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right] (u_2 - u_1)$$

$$u_s = \frac{R_8 R_5}{R_6 R_4} \left(1 + 2 \frac{R_3}{R} \right) \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right] (u_c - u_1)$$

$$\text{D'où } A = \frac{R_8 R_5}{R_6 R_4} \left(1 + 2 \frac{R_3}{R} \right) \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right]$$

$$2.6.2. u_s = \frac{R_8 R_5}{R_6 R_4} \left(1 + 2 \frac{R_3}{R} \right) \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right] \left[V_{cc} \left(\alpha - \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \right) + \beta B \right]$$

Il suffit que $\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$ pour avoir $u_s = KB$ avec :

$$K = \beta \frac{R_8 R_5}{R_6 R_4} \left(1 + 2 \frac{R_3}{R} \right) \left[(R_6 + R_7) \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right) + 1 \right]$$